

§18. ТІКТӨРТБҰРЫШТЫҢ АУДАНЫ

Ұзындық бірлігі, аудан бірлігі, тіктөртбұрыш, тіктөртбұрыштың іргелес қабырғалары, квадрат, жай фигураның ауданы, ондық бөлшек, шексіз ондық бөлшек, шексіз ондық бөлшектің жуық мәні, шексіз ондық бөлшектердің көбейтіндісі.

Осы тақырыпты оқу барысында сендер нені үйренесіңдер?

Бұл тақырыпты оқығанда, сендер тіктөртбұрыштың, квадраттың аудандарын есептейтін формулаларды қорытып шығаруды үйренесіңдер; тіктөртбұрыштың ауданының формуласын пайдаланып есептер шығару дағдысын қалыптастырасыңдар.

23-теорема. Тіктөртбұрыштың ауданы оның іргелес жатқан екі қабырғасының көбейтіндісіне тең.

Дәлелдеу. $ABCD$ тіктөртбұрышы беріліп, іргелес жатқан қабырғалары a , b болсын. Ауданды S деп белгілейік.

$$S = ab \quad (1)$$

болатынын дәлелдейміз.

Бұл ауданды e бірлік квадрат арқылы да өрнектеп,

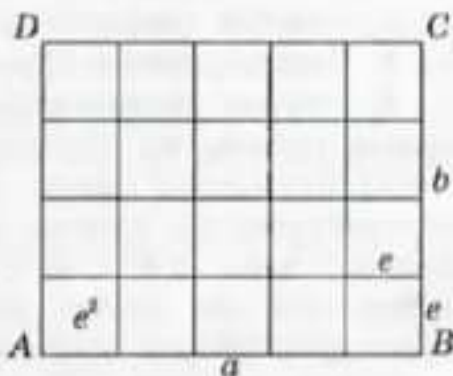
$$S = abe^2 \quad (2)$$

түрінде жаза аламыз. Мұндағы e^2 — бірлік квадраттың ауданы, оны практикада m^2 немесе dm^2 , немесе cm^2 т.с.с. белгілейді.

Тіктөртбұрыштың a және b қабырғаларының ұзындықтарына байланысты үш жағдайды бөліп қарастырамыз.

1. a мен b — натурал сандар болсын. Мысалы, қабырғалары $a = 5$ см, $b = 4$ см болатын тіктөртбұрыш берілсе (42-сурет), онда ауданы 1 см^2 немесе қабырғасы 1 см бірлік квадратты бұл тіктөртбұрышқа 20 рет салуға болады. Бұл жағдайда $S = 20 \text{ см}^2$ болатынын білдік. Яғни, біз тіктөртбұрыштың енін ұзындығына көбейтіп, оның ауданын таптық.

Жалпы жағдайда $ABCD$ тіктөртбұрышының қабырғалары a және b натурал сандармен берілсе, онда e бірлік кесіндіні AB қабырғасына a рет, ал BC қабырғасына b рет өлшеп сала аламыз. Бұл жағдайда берілген тіктөртбұрыштың саны ab -ға тең квад-



42-сурет

раттардан тұратынын көреміз (42-сурет). Өрбір бірлік квадраттың ауданы бірге тең, сондықтан тіктөртбұрышқа сыятын бірлік квадраттар саны ab . Демек, $S = ab$, яғни (1) теңдік дұрыс.

2. a және b сандары ондық бөлшектер болсын және үтірден кейінгі сан n -нен аспасын. Алғашқы бірлік кесіндіден 10^n есе

кіші $e_1 = \frac{e}{10^n}$ кесіндісін аламыз. Сонда e_1 -ге тең кесінділер AB мен BC -ның бойына сәйкесінше $a_1 = 10^n \cdot a$ рет және $b_1 = 10^n \cdot b$ рет сызынады. Ал мұндағы a_1 мен b_1 натурал сандар. Демек, бұл сандар үшін 1-жағдайдағы талқылауды қолдануға болады:

$$S = a_1 b_1 = 10^{2n} ab. \quad (3)$$

(3) теңдік арқылы бұл бірлік квадраттардың санын табуға болады.

Сондықтан тіктөртбұрыш $10^n a \cdot 10^n b = 10^{2n} ab$ ұсақ e_1 квадраттарды қамтиды. Бірақ алғашқы бірлік квадрат саны $10^n \cdot 10^n = 10^{2n}$ -не тең ұсақ e_1 — квадраттарды қамтып тұрғандықтан, тіктөртбұрыштың ауданының бірлік квадраттың ауданына қатынасы $10^{2n} ab : 10^{2n} = ab$. Сонымен берілген тіктөртбұрыштың ауданы $S = ab$, яғни (1) теңдік дұрыс.

 Тіктөртбұрыштың бір қабырғасы натурал санмен, ал екіншісі шектелген ондық бөлшекпен берілген жағдайда да (1) формуланың дұрыс болатынын өз беттеріңше дәлелден көріңдер.

3*. Енді тіктөртбұрыштың a мен b қабырғалары немесе біреуі шексіз ондық бөлшекпен өрнектелсін. a санының ондық n таңбаға дейінгі дәлдікпен кемімен не артығымен алынған жуық мәндерін a_1 мен a_2 арқылы белгілейік, яғни $a_1 < a < a_2$. Ал b санының сол дәлдікпен алынған жуық мәндерін b_1 және b_2 арқылы белгілейік, яғни $b_1 < b < b_2$.

a_1, a_2, b_1, b_2 сандарының әрқайсысы шектелген ондық бөлшектермен өрнектеледі. Сондықтан 2-жағдайға сәйкес, қабырғалары a_1, b_1 болатын тіктөртбұрыштың ауданы $S_1 = a_1 b_1$, ал қабырғалары a_2, b_2 болатын тіктөртбұрыштың ауданы $S_2 = a_2 b_2$. Қабырғалары a_1, b_1 болатын тіктөртбұрышты берілген тіктөртбұрыштың ішіне орналастыруға, ал берілген тіктөртбұрышты a_2, b_2 қабырғалы тіктөртбұрыштың ішіне сыйғызуға болады. Демек, берілген тіктөртбұрыштың ауданы $a_1 b_1$ және $a_2 b_2$ сандарының аралығында болады, яғни $a_1 b_1 < ab < a_2 b_2$. Ал $a_1 b_1$ мен $a_2 b_2$ алдын ала көрсетілген кез келген дәлдікпен алынған, n мейлінше үлкен болғандағы ab -ның жуық мәндері болғандықтан, $S = ab$.

Сөйтіп, қабырғалары a мен b болатын кез келген тіктөртбұрыштың ауданы $S = ab$ (1) болады. Теорема дәлелденді.

Егер тіктөртбұрыштың қабырғалары $a = b$ болса, онда ол квадратқа айналады. Соңдықтан (1) формуладан қабырғасы a -ға тең квадраттың ауданы үшін

$$S = a^2 \quad (2)$$

формуласын аламыз.

<http://www.zkoipk.kz/ru/math-textbook-project/geometry/2135-geometry.html>